



TECH SCIENCE

ISSN 3030-3702

**TEXNIKA FANLARINING
DOLZARB MASALALARI**

**TOPICAL ISSUES OF TECHNICAL
SCIENCES**



№ 4 (4) 2026

TECHSCIENCE.UZ

№ 4 (4)-2026

**TEXNIKA FANLARINING DOLZARB
MASALALARI**

**TOPICAL ISSUES
OF TECHNICAL SCIENCES**

TOSHKENT-2026

BOSH MUHARRIR:

KARIMOV ULUG'BEK ORIFOVICH

TAHRIR HAY'ATI:

Usmankulov Alisher Kadirkulovich - Texnika fanlari doktori, professor, Jizzax politexnika universiteti

Fayziyev Xomitxon – texnika fanlari doktori, professor, Toshkent arxitektura qurilish instituti;

Rashidov Yusuf Karimovich – texnika fanlari doktori, professor, Toshkent arxitektura qurilish instituti;

Adizov Bobirjon Zamirovich– Texnika fanlari doktori, professor, O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Umumiy va noorganik kimyo instituti;

Abdunazarov Jamshid Nurmuxamatovich - Texnika fanlari doktori, dotsent, Jizzax politexnika universiteti;

Umarov Shavkat Isomiddinovich – Texnika fanlari doktori, professor, Jizzax davlat pedagogika universiteti;

Bozorov G'ayrat Rashidovich – Texnika fanlari doktori, Buxoro muhandislik-texnologiya instituti;

Maxmudov Muxtor Jamolovich – Texnika fanlari doktori, Buxoro muhandislik-texnologiya instituti;

Asatov Nurmuxammat Abdunazarovich – Texnika fanlari nomzodi, professor, Jizzax politexnika universiteti;

Mamayev G'ulom Ibroximovich – Texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD), Jizzax politexnika universiteti;

Ochilov Abduraxim Abdurasulovich – Texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD), Buxoro muhandislik-texnologiya instituti.

OAK Ro'yxati

Mazkur jurnal O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasi Rayosatining 2025-yil 8-maydagi 370-son qarori bilan texnika fanlari bo'yicha ilmiy darajalar yuzasidan dissertatsiyalar asosiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan ilmiy nashrlar ro'yxatiga kiritilgan.

Muassislar: "SCIENCEPROBLEMS TEAM" mas'uliyati cheklangan jamiyati;
Jizzax politexnika insituti.

TECHSCIENCE.UZ- TEXNIKA**FANLARINING DOLZARB**

MASALALARI elektron jurnali

15.09.2023-yilda 130343-sonli

guvohnoma bilan davlat ro'yxatidan o'tkazilgan.

TAHRIRIYAT MANZILI:

Toshkent shahri, Yakkasaroy tumani, Kichik Beshyog'och ko'chasi, 70/10-uy.

Elektron manzil:

scienceproblems.uz@gmail.com

Barcha huquqlar himoyalangan.

© Scienceproblems team, 2026-yil

© Mualliflar jamoasi, 2026-yil

MUNDARIJA

<i>Atajonov Muzaffar</i> O'ZBEK TILIDA YASHIRILGAN SPAM XABARLARNI ANIQLASH UCHUN K O'P BOSQICHLI FILTR ALGORITMI	5-10
<i>Yakubov Maksadkhan, Shihnazarova Guzal</i> SUN'IY INTELLEKT ASOSIDA BOLALARDA ONKOLOGIK KASALLIKLARNI ERTA TASHXISLASH JARAYONINING AXBOROT MODELI	11-16
<i>Лазарев Амир, Шахобиддинов Алишер</i> УСТОЙЧИВОСТЬ VANET ПРИ ВЫСОКОЙ ПЛОТНОСТИ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА: ОБЗОР АРХИТЕКТУР V2X, МОДЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ И МЕХАНИЗМОВ УПРАВЛЕНИЯ ПЕРЕГРУЗКОЙ	17-28
<i>Турениязова Асия, Сарсенбаева Хурлиха</i> PROTEINSYNC: МУЛЬТИАГЕНТНЫЙ ФРЕЙМВОРК ПЛАНИРОВАНИЯ ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЁННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ С АДАПТИВНОЙ ПЕРЕБАЛАНСИРОВКОЙ НАГРУЗКИ	29-34
<i>Babadjanov Elmurod, Maxamatdinov Abdul-Aziz, Gaipnazarova Lobar</i> SAVDO MARKAZLARIDA SHUBHALI SHAXSLARNI ANIQLASH TIZIMLARINING TAHLILI	35-41
<i>Daliyev Sherzod</i> G'OVAK MUHITDA SIZOT SUV SATNI DINAMIKASI VA TUZ MIGRATSIYASINING MATEMATIK MODELI	42-52
<i>Ережепов Кеулимжай, Исаков Искандер, Хиясов Ислам</i> АДАПТИВНОЕ ПРОГНОЗИРУЮЩЕЕ ГАПТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ: НОВЫЙ ФРЕЙМВОРК ДЛЯ КОМПЕНСАЦИИ ЗАДЕРЖКИ В РОБОТИЧЕСКОЙ ТЕЛЕХИРУРГИИ НА ОСНОВЕ СПУТНИКОВ LEO	53-63
<i>Турениязова Асия, Абилжанова Маншук</i> ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ В АВТОМАТИЗАЦИИ КОМПЬЮТЕРНОЙ ГРАФИКИ И ИТ-УПРАВЛЕНИЯ	64-69
<i>Narkulov Akram, Erkinov Javoxir, Oqmirzayev Abbos</i> ELASTIKLIK NAZARIYASI VA DIFFERENSIAL TENGLAMALAR ASOSIDA TO'G'RI TO'RTBURCHAK PLASTINKA EGILISHINI ANSYS YORDAMIDA KOMPYUTERLI TAHLIL QILISH	70-77
<i>Rashidov Jakhongir, Zokirov Islomjon</i> SMART ELECTRIC VEHICLE CHARGING STATIONS TO IMPROVE EFFICIENCY AND RELIABILITY OF THE DISTRIBUTION NETWORK: A COMPREHENSIVE REVIEW	78-94
<i>Xidirov Muso, Otamurodov G'ayrat, Zaxirov Bobomurod, Ravshanov Hamqroqul, Irgashev Dilmurod</i> PLUGLARNI AGREGATLASHNING NAZARIY ASOSLARI VA ULARNING ISH SAMARADORLIGIGA TA'SIRI	95-102

<i>Xodjaeva Zulfiya, Allaberganova Munira</i> PESHTOQ ELEMENTLARINING 3D MODELI: TARIXIY OBIDALAR MISOLIDA HISOB VA TAHLIL	103-108
<i>Shukurova Karomat, Tolipova Munira</i> METHODS OF STRENGTHENING BRICK WALLS WITH MODERN COMPOSITE MATERIALS	109-116

G'OVAK MUHITDA SIZOT SUV SATHI DINAMIKASI VA TUZ MIGRATSIYASINING MATEMATIK MODELII

Daliyev Sherzod

Kattaqo'rg'on davlat pedagogika instituti,
Raqamli texnologiyalar va iqtisodiyot kafedrasini mudiri,
PHD, dotsent
Email: daliyevsherzod87@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada g'ovak muhitda sizot suv sathi o'zgarishi va undagi tuz konsentratsiyasining ko'chishi jarayonlarini matematik modellashtirish masalasi o'rganilgan. Tadqiqotda sizot suvlarining filtratsiya harakati Dyupi–Forchheimer farazi asosida tavsiflanib, massaning saqlanish qonuni yordamida suv sathi o'zgarishini ifodalovchi Boussinesk tipidagi noxizizli differensial tenglama hosil qilingan. Shuningdek, g'ovak muhitda tuzlarning ko'chishi jarayoni konveksiya-diffuziya tenglamasi yordamida modellashtirilgan. Tuz migratsiyasi jarayonida filtratsiya tezligi sizot suv oqimi sarfi orqali aniqlanib, suv sathi va tuz konsentratsiyasi o'rtasidagi o'zaro bog'liqlik hisobga olingan. Natijada sizot suv sathi va tuz konsentratsiyasi o'zgarishini tavsiflovchi bog'langan matematik model shakllantirilgan. Model uchun mos boshlang'ich va chegaraviy shartlar kiritilib, masalaning fizik ma'nosi asoslab berilgan. Taklif etilgan model g'ovak muhitda sizot suvlarining gidrodinamik rejimini va tuzlarning yo'nalish hamda vaqt bo'yicha tarqalish qonuniyatlarini o'rganishga imkon beradi. Mazkur matematik model sug'oriladigan hududlarda sizot suvlarining o'zgarishi, tuproq sho'rlanishi jarayonlarini bashorat qilish hamda suv resurslaridan oqilona foydalanish masalalarini tahlil qilishda muhim ahamiyatga ega.

Kalit so'zlar: sizot suvlari, yer osti suvlari sathi, matematik modellashtirish, filtratsiya jarayoni, analitik yechim.

MATHEMATICAL MODEL OF GROUNDWATER LEVEL DYNAMICS AND SALT MIGRATION IN A POROUS MEDIUM

Daliev Sherzod

Kattakurgan State Pedagogical Institute
Head of the Department of Digital Technologies and Economics,
PHD, Associate Professor

Annotation. This paper investigates the mathematical modelling of groundwater level variations and the transport of salt concentration within porous media. The filtration behaviour of groundwater is described based on the Dupuit–Forchheimer assumption, while the governing equation for groundwater level dynamics is derived from the law of mass conservation, resulting in a nonlinear differential equation of the Boussinesq type. In addition, the migration of dissolved salts within the porous medium is represented through a convection–diffusion equation. During the salt transport process, the filtration velocity is determined by the groundwater discharge, and the interdependence between groundwater level and salt concentration is incorporated into the formulation. As a result, a coupled mathematical model describing both groundwater level fluctuations and salt concentration dynamics has been developed. Appropriate initial and boundary conditions are specified for the proposed model, and the physical interpretation of the governing processes is discussed. The developed model provides a framework for analysing the hydrodynamic regime of groundwater and the spatial–temporal distribution patterns of salt transport in porous media. Furthermore, the proposed approach can be applied to evaluate groundwater level changes in irrigated regions, to predict soil salinisation processes, and to support the rational management of water resources.

Keywords: groundwater, groundwater level dynamics, mathematical modelling, filtration processes, analytical solution.

DOI: <https://doi.org/10.47390/ts-v4i4y2026N06>

Kirish

Yer osti suvlari gidrodinamik rejimini o'rganish, ayniqsa sizot suv sathining o'zgarishi va uning tarkibidagi erigan moddalarning tarqalish jarayonlarini tadqiq qilish gidrogeologiya va ekologiya sohalarida muhim ilmiy va amaliy ahamiyatga ega. Sug'oriladigan hududlarda sizot suvlarining ko'tarilishi tuproqning sho'rlanishiga, qishloq xo'jaligi yerlarining degradatsiyasiga va ekotizimlarning buzilishiga olib kelishi mumkin. Shu sababli sizot suv sathi o'zgarishini hamda undagi tuz konsentratsiyasining ko'chishini matematik modellar yordamida tahlil qilish suv resurslarini boshqarish va yerlarning meliorativ holatini yaxshilashda muhim vazifalardan biri hisoblanadi. So'nggi yillarda g'ovak muhitlarda filtratsiya jarayonlarini modellashtirish bo'yicha ko'plab ilmiy tadqiqotlar olib borilmoqda. Sizot suvlarining harakatini tavsiflashda keng qo'llaniladigan asosiy nazariy yondashuvlardan biri Dyupyui-Forxeymer faraziga asoslangan filtratsiya modeli hisoblanadi. Ushbu yondashuv yordamida sizot suv sathi o'zgarishini ifodalovchi Boussinesq tipidagi nolinear differensial tenglama hosil qilinadi. Mazkur tenglama g'ovak muhitda suv oqimining gidrodinamik xususiyatlarini tavsiflashda muhim matematik vosita sifatida qaraladi. Bundan tashqari, yer osti suvlari tarkibidagi erigan moddalarning ko'chishi jarayonini o'rganish ham katta ahamiyatga ega. Tuzlarning g'ovak muhitda tarqalishi asosan konveksiya va diffuziya jarayonlari bilan bog'liq bo'lib, ular odatda konveksiya-diffuziya tenglamasi yordamida tavsiflanadi. Ushbu jarayonda tuz konsentratsiyasining fazoviy va vaqt bo'yicha o'zgarishi suv oqimi tezligiga bog'liq holda yuzaga keladi. Shu sababli sizot suv sathi dinamikasi va tuz transporti jarayonlari o'zaro bog'langan holda qaralishi zarur. [1]

Maqolada yer osti suvlari oqimini modellashtirish uchun cho'qqi-markazlashtirilgan chekli hajmlar usuliga asoslangan yangi, lokal ravishda zichlashtirilgan panjarali model taklif etiladi. Mualliflarning asosiy da'vosi shundan iboratki, ushbu yondashuv mos kelmaydigan va lokal ravishda zichlashtirilgan to'rlar bilan bog'liq muammolarni maxsus interfeys algoritmlariga ehtiyoj sezmasdan samarali hal qila oladi. Biroq maqolada bu "tabiiy moslashuvchanlik"ning amaliy sharoitlarda, murakkab geologik tuzilmalarda qay darajada barqaror ishlashi yetarlicha chuqur muhokama qilinmagan. Modelda barcha noma'lumlar gidravlik sathlar to'r tugunlarida joylashtiriladi va oqimlar har bir element cho'qqilaridagi sathlar asosida hisoblanadi. Natijada har bir cho'qqi atrofida nazorat hajmi aniqlanadi va ixtiyoriy ko'pburchakli elementlar hamda mos kelmaydigan panjaralar bilan ishlash imkoniyati yaratiladi. Bu yondashuv nazariy jihatdan jozibador bo'lsa-da, cho'qqi-markazlashtirilgan sxemalarda sonli diffuziya va lokal notekisliklar bilan bog'liq potensial xatoliklar masalasi yetarli darajada tanqidiy baholanmagan. [2] Ishda muallif ishning didaktik yo'naltirilganligini asosiy ustunlik sifatida ko'rsatgan, biroq mazkur baho asosan umumiy tavsif bilan cheklanib, ishning boshqa mavjud adabiyotlar bilan solishtirma tahliliga yetarlicha o'rin ajratilmagan.

Maqolada ochiq usulda ishlatiladigan ko'mir koni uchun yer osti suvlari harakati Bengalon daryosi doirasida modellashtirilgan. Tadqiqot hududi yirik daryo yaqinida joylashgan qalin allyuvial suvli qatlamlar bilan tavsiflanib, gidrogeologik jihatdan zaif zona hisoblanadi. Mualliflar chekli ayirmalar usuliga asoslangan yer osti suvlari oqimi modeli yordamida kon faoliyati sharoitida suv sathi o'zgarishlarini baholashni maqsad qilganlar. Biroq ishning asosiy urg'usi xavfni tavsiflashga qaratilgan bo'lib, boshqaruv yoki muqobil texnik yechimlar yetarlicha chuqur ishlab chiqilmagan. Tadqiqotda geotexnik burg'ilash ma'lumotlari, slug-test

natijalari va raqamli modellashtirishdan foydalanilib, dastlabki yer osti suvlari sathlari taxminan +2 m dan +40 m gacha oraliqda ekanligi aniqlangan. Tabiiy sharoitda suv oqimi asosan Bengalon daryosi tomonga yo'nalgani va daryo asosiy drenaj zonasi vazifasini bajarishi ko'rsatiladi. Bu xulosa mantiqan asosli bo'lsa-da, daryo-suvli qatlam o'zaro ta'sirining mavsumiy va dinamik jihatlari soddalashtirilgan holda qaralgan. Ushbu maqolada erkin sathli (unconfined) suvli qatlamlar uchun yangi uch o'lchamli yer osti suvlari oqimi modeli taklif etiladi. Model harakatlanuvchi (deformatsiyalanuvchi) to'r bilan aralash-gibrid chekli elementlar usulini birlashtiradi. An'anaviy yondashuvlarda (masalan, MODFLOW) suv sathi qat'iy to'r ichidagi katak markazlaridagi bosimlardan bilvosita aniqlansa, ushbu ishda to'rning o'zi iterativ tarzda moslashtirilib, uning yuqori yuzasi to'g'ridan-to'g'ri erkin sath bilan ustma-ust keltiriladi. Natijada model faqat to'yingan oqimni ifodalaydi va kuchli nohiziqiliklar murakkab differensial tenglamalar muammosidan ko'ra, to'rni moslashtirish masalasiga aylantiriladi.[5]

Maqolada yopiq suvli qatlam uchun yer osti suvlari oqimining ham nostatsionar, ham statsionar holatlarini tavsiflovchi matematik modellar ishlab chiqilgan va tahlil qilingan. Modellar Darsi qonuni va massa saqlanish prinsipiga asoslangan klassik tenglamalardan keltirib chiqariladi. Statsionar oqim uchun Laplas va Puasson tenglamalari, nostatsionar oqim uchun esa suv saqlanishi va qayta zaryadlanishni hisobga oluvchi differensial tenglama hosil qilinib, keyinchalik chekli ayirmalar usuli yordamida diskretlashtiriladi. Ushbu nazariy yondashuv didaktik jihatdan izchil bo'lsa-da, real suvli qatlamlarning murakkabligi bilan solishtirganda sezilarli darajada soddalashtirilgan. Nostatsionar oqim masalalarini yechish uchun almashinuvchi yo'nalishlar usuli va takomillashtirilgan almashinuvchi yo'nalishlar usullari qo'llanilgan. Nostatsionar oqim uchun esa oshkor sxemaga asoslangan chekli ayirmalar sxemasi, Krank-Nicolson sxemasi va kasr tartibli qadam usuli tatbiq etiladi. Mualliflar ushbu algoritmlarning konvergensiyasi va turg'unligini klassik mezonlar asosida baholaydilar. Biroq tahlil asosan sonli algoritmlarning matematik xossalari qaratilgan bo'lib, parametr noaniqligi yoki geologik geterogenlikning ta'siri deyarli ko'rib chiqilmagan.[6]

Tadqiqotda erkin sathli yer osti suvlari oqimining boshqaruvchi tenglamalari uchun to'rsiz chekli-ayirmalar usuli formulasi ishlab chiqilgan. Ushbu yondashuvda diskretlashuv an'anaviy hisoblash to'riga emas, balki tugunlar (nuqtalar) to'plamiga asoslanadi. Nazariy jihatdan bunday usul murakkab geometriyaga ega sohalarni, fazoviy jihatdan o'zgaruvchan parametrlarni hamda vaqt davomida siljib turuvchi erkin chegaralarni modellashtirishda qulaylik yaratadi. Shunga qaramay, maqolada bu yondashuvning an'anaviy to'rga asoslangan sonli usullar bilan solishtirgandagi ustunliklari yetarli darajada asoslab berilmagan. Xususan, hisoblash samaradorligi, konvergensiya xossalari va barqarorlik shartlari bo'yicha batafsil tahlil yetishmaydi. [7] Ishda yer osti suvlari oqimini modellashtirishda keng qo'llaniladigan chekli ayirmalar va chekli elementlar usullari tushuntiriladi hamda o'zaro solishtirilgan. Mualliflar ushbu usullarning asosiy nazariy tamoyillarini va ularning modellashtirish amaliyotidagi ahamiyatini ko'rsatishga harakat qiladilar. Biroq ishda ko'proq umumiy tavsif bilan cheklanib, ayrim muhim metodologik masalalarni yetarlicha chuqur tahlil qilinmagan. Shuningdek, ishda chekli-ayirmalar va chekli elementlar usullari sohani diskretlashtirishga asoslangan yondashuvlar sifatida talqin qilinadi. Ya'ni, yer osti suv oqimi sohasi kichik elementlarga yoki tugunlarga ajratilib, gidravlik bosim butun soha bo'ylab yaqinlashtiriladi. Shu bilan birga, model differensial tenglama hamda chegara shartlari diskret ko'rinishda ifodalanadi. Bu yondashuv analitik elementlar usuli bilan qarama-qarshi qo'yiladi: unda yer osti

suvli qatlami cheksiz deb qaraladi va faqat ichki fizik chegaralar (masalan, daryolar yoki quduqlar) diskretlashtiriladi. Biroq ishda ushbu yondashuvlarning nazariy farqlari va amaliy oqibatlarini yetarlicha chuqur tahlil qilinmagan va solishtirish ko'proq tavsifiy darajada qolib ketgan.[8]

Maqolada yer osti suvlari orqali radionuklidlarning tarqalishini tavsiflovchi adveksiya–dispersiya–radioaktiv parchalanish tenglamasini yechish uchun chekli ayirmalarga asoslangan to'g'ri chiziqlar usuli ishlab chiqilib sinovdan o'tkazilgan. Tadqiqotda ushbu yondashuvning hisoblash aniqligi va barqarorligini ko'rsatish maqsad qilingan bo'lsa-da, metodning afzalliklari asosan tanlangan sinov masalalari doirasida namoyish etilgan. Umuman olganda maqola radionuklidlarning yer osti suvlari orqali ko'chishini modellashtirish uchun chekli ayirmalarga asoslangan to'g'ri chiziqlar usulining potensial imkoniyatlarini ko'rsatadi. Biroq metodning amaliy ustunliklarini to'liq baholash uchun yanada murakkab modellashtirish sharoitlarida sinovlar o'tkazish hamda boshqa zamonaviy sonli yondashuvlar bilan batafsil solishtirishlar o'tkazish zaruriyatini tug'diradi.

Tadqiqot ishida g'ovak muhitda sizot suv sathi o'zgarishi va tuz konsentratsiyasining ko'chishi jarayonlarini tavsiflovchi bog'langan matematik model ishlab chiqiladi. Model Dyupyui-Forkeymer faraziga asoslangan filtratsiya tenglamasi hamda konveksiya–diffuziya tenglamasi tizimidan iborat bo'lib, sizot suv sathi va tuz konsentratsiyasining fazoviy-vaqt bo'yicha evolyutsiyasini tavsiflaydi. Taklif etilgan model yordamida g'ovak muhitda suv va tuzlarning tarqalish qonuniyatlarini tahlil qilish hamda turli gidrogeologik sharoitlarda ularning o'zgarish jarayonlarini bashoratlash qilish imkoniyati yaratiladi.

Masalaning qo'yilishi

Mazkur tadqiqotda bir o'lchovli g'ovak muhitda sizot suvlari sathining vaqt bo'yicha o'zgarishi va shu jarayon ta'sirida tuz konsentratsiyasining ko'chishi jarayoni o'rganiladi [9-13]. Qaralayotgan soha $0 < x < L, t > 0$ oraliqda aniqlangan bo'lib, bunda x –koordinata, t – vaqt, L – filtratsiya oqimi kuzatilayotgan hudud uzunligi hisoblanadi. Tadqiqot obyekti sifatida erkin sirtga ega sizot suvlari harakati va ular tarkibidagi tuzning konvektiv-diffuziv ko'chishi jarayoni olingan. Jarayonni tavsiflashda g'ovak muhit bir jinsli va izotrop deb qabul qilinadi, filtratsiya koeffitsienti o'zgarmas, g'ovaklik doimiy, suyuqlikni siqilmaydigan deb faraz qilamiz. Oqim asosan gorizontaal yo'nalishda sodir bo'ladi faraz qilamiz.

Sizot suv sathi o'zgarishini ifodalovchi asosiy bog'lanish sifatida oqim sarfi

$$Q(x,t) = -kH(x,t) \frac{\partial H(x,t)}{\partial x}$$

munosabat bilan aniqlanadi. Bu yerda $H(x,t)$ – sizot suv sathi, $Q(x,t)$ – birlik kenglikka nisbatan filtratsiya sarfi, k – filtratsiya koeffitsienti.

Massa saqlanish qonuniga ko'ra:

$$n \frac{\partial H(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0$$

bu yerda n – muhit g'ovakligi.

Yuqoridagi munosabatlarni birlashtirish natijasida sizot suv sathining o'zgarishi Bussinesk tipidagi quyidagi nochiqli tenglama bilan ifodalanadi::

$$\frac{\partial H(x,t)}{\partial t} = \frac{k}{n} \frac{\partial}{\partial x} \left(H(x,t) \frac{\partial H(x,t)}{\partial x} \right), 0 < x < L, t > 0 \quad (1)$$

Tuzning g'ovak muhitdagi ko'chishi konveksiya–diffuziya tenglamasi orqali tavsiflanadi:

$$\frac{\partial C(x,t)}{\partial t} + v(x,t) \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C(x,t)}{\partial x^2}$$

bu yerda $C(x,t)$ –tuz konsentratsiyasi, D –gidrodinamik diffuziya (yoki dispersiya) koeffitsienti, $v(x,t)$ –filtratsiya tezligi.

Filtratsiya tezligi sarf orqali quyidagicha aniqlanadi:

$$v(x,t) = \frac{Q(x,t)}{nH(x,t)}$$

Shunda tuz konsentratsiyasi uchun yakuniy bog'langan matematik model quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\frac{\partial C(x,t)}{\partial t} + \frac{Q(x,t)}{nH(x,t)} \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C(x,t)}{\partial x^2} \tag{2}$$

masala sizot suv sathi $H(x,t)$ va tuz konsentratsiyasi $C(x,t)$ ni birgalikda aniqlashdan iborat bo'lib, ular quyidagi boshlang'ich va chegaraviy shartlarni qanoatlantirishi kerak.

Sizot suv sathi uchun chegaraviy shartlar:

$$H(L,t) = 0, \quad \frac{\partial H(0,t)}{\partial x} = 0, \tag{3}$$

Boshlang'ich shart:

$$H(x,0) = H_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2}, \tag{4}$$

Tuz konsentratsiyasi uchun boshlang'ich va chegaraviy shartlar:

$$C(x,0) = C_0(x), \quad \frac{\partial C(0,t)}{\partial x} = 0, \tag{5}$$

$$C(L,t) = C_L, \tag{6}$$

bu yerda $C_0(x)$ – boshlang'ich konsentratsiya taqsimoti, C_L –o'ng chegara uchun berilgan konsentratsiya qiymati.

Masalani yechish

(1) masalani hisoblash uchun o'lchovsiz o'zgaruvchilarni

$h = \frac{H}{H_0}, \quad \xi = \frac{x}{L}, \quad \tau = \frac{kH_0}{nL^2} t \quad c = C/C_L$ kiritib, natijada suv sathi tenglamasi:

$$\frac{\partial h}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(h \frac{\partial h}{\partial \xi} \right)$$

ko'rinishida bo'ladi.

Tuz konsentratsiyasi o'lchovsiz ko'rinishi :

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + u(\xi, \tau) \frac{\partial c}{\partial \xi} = P e^{-1} \frac{\partial^2 c}{\partial \xi^2}$$

bu yerda $Pe = \frac{vL}{D}$.

Suv sathi uchun umumiy qatorli yechim g'oyasi hususiy hollarda analitik hisoblash uchun:

$$h(\xi, \tau) = \sum_0^{\infty} \left[A_m \cos\left(\frac{(2m+1)\pi\xi}{2}\right) + B_m \sin\left(\frac{(2m+1)\pi\xi}{2}\right) \right] e^{-\lambda_m \tau}$$

$$\text{bu yerda } \lambda_m = \left(\frac{(2m+1)\pi}{2} \right)^2.$$

Analitik qatorli yechimni olish uchun odatda drenajning muayyan bosqichida h "sekin o'zgaradi" deb, noxiziqli had chiziqilashtiriladi. Eng ko'p ishlatiladigan ko'rinish:

$$h_t = \alpha h_{xx},$$

bu yerda $\alpha > 0$ - effektiv diffuziya koeffitsiyenti.

Yechimni ko'paytma ko'rinishida qidiramiz:

$$h(x, t) = X(x)T(t)$$

Tenglamaga qo'yamiz:

$$X(x)T'(t) = \alpha X''(x)T(t)$$

Ikkala tomonni αXT ga bo'lamiz:

$$\frac{T'}{\alpha T} = \frac{X''}{X} = -\lambda$$

bu yerda $-\lambda$ ni ajratish konstantasi deb oldik.

Natijada ikkita:

vaqt bo'yicha

$$T'(t) + \alpha \lambda T(t) = 0$$

Yechimi

$$T(t) = Ce^{-\alpha \lambda t} \quad (7)$$

ko'rinishida bo'ladi.

Yo'nalish bo'yicha

$$X''(x) + \lambda X(x) = 0 \quad (8)$$

Chegaralarda chegaraviy shartlarda foydalanib quydagicha ifodalarni hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} h(L, t) &= 0, \\ X(L)T(t) &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} X(L) &= 0, \\ h_x(0, t) &= 0 \\ X'(0)T(t) &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$X'(0) = 0$$

Demak (8) ning ifodalanishi:

$$X'' + \lambda X = 0, \quad X'(0) = 0, \quad X(L) = 0$$

kabi bo'ladi.

U holda $\lambda > 0$ holatda umumiy yechim:

$$X(x) = A \cos(\mu x) + B \sin(\mu x), \quad \mu = \sqrt{\lambda}$$

Keyingi qadamlarda shartlarni qo'llaymiz.

$X'(0) = 0$ bo'lgan hol uchun:

$$X'(x) = -A \sin(\mu x) + B \cos(\mu x)$$

$$X'(0) = B\mu = 0 \Rightarrow B = 0$$

Demak $X(x) = A \cos(\mu x)$.

$X(L) = 0$ bo'lgan hol uchun:

$$X(L) = A \cos(\mu L) = 0 \Rightarrow \cos(\mu L) = 0$$

Bu esa:

$$\mu L = \frac{\pi}{2} + \pi m = \frac{(2m+1)\pi}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

U holada:

$$\mu_m = \frac{(2m+1)\pi}{2L}, \quad \lambda_m = \mu_m^2 = \left(\frac{(2m+1)\pi}{2L} \right)^2$$

Har bir m uchun:

$$h_m(x, t) = A_m \cos(\mu_m x) e^{-\alpha \lambda_m t}$$

Bundan kelib chiqadiki umumiy yechim m lar uchun hisoblangan h yig'indisi:

$$h(x, t) = \sum_0^{\infty} A_m \cos\left(\frac{(2m+1)\pi x}{2L}\right) \exp\left[-\alpha \left(\frac{(2m+1)\pi}{2L}\right)^2 t\right]$$

Boshlang'ich shart: $h(x, 0) = f(x)$

$t=0$ qo'ysak:

$$f(x) = \sum_0^{\infty} A_m \cos\left(\frac{(2m+1)\pi x}{2L}\right)$$

Ortogonallik nazariyasiga asosan:

$$A_m = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) A_m \cos\left(\frac{(2m+1)\pi x}{2L}\right) dx$$

kabi bo'ladi.

Masalada keltirilgan boshlang'ich shart:

$$h(x, 0) = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2}$$

Shuning uchun:

$$f(x) = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2}$$

bo'ladi.

Ortogonal nazariyasining xossalardan foydalanib:

$$A_m = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) A_m \cos\left(\frac{(2m+1)\pi x}{2L}\right) dx$$

kabi ifodani hosil qilsak bo'ladi.

U holda:

$$A_m = \frac{2}{L} \int_0^L \sqrt{1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2} \cos\left(\frac{(2m+1)\pi x}{2L}\right) dx$$

ga kelinadi.

Hisoblashni soddalashtirish uchun o'zgaruvchi almashtirish:

$$x = L\xi$$

$$dx = L d\xi$$

$$0 \leq \xi \leq 1$$

U holda quyidacha ifodalab olamiz:

$$A_m = 2 \int_0^1 \sqrt{1-\xi^2} \cos\left(\frac{(2m+1)\pi\xi}{2}\right) d\xi$$

A_m ning o'ng tamoni integrallash nazariyasiga asosan hisoblab olamiz:

$$\int_0^1 \sqrt{1-\xi^2} \cos(\alpha\xi) d\xi = \frac{\pi}{2\alpha} J_1(\alpha)$$

bu yerda J_1 - Bessel funksiyasi. Bizda $\alpha = \frac{(2m+1)\pi}{2}$, shuning uchun:

$$A_m = \frac{\pi}{\alpha} J_1(\alpha)$$

bo'ladi

Demak umumiy holda:

$$A_m = \frac{2}{2m+1} J_1\left(\frac{(2m+1)\pi}{2}\right)$$

Dastlab $m=0$ bo'lgan hol:

$$A_0 = 2J_1\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$J_1(\pi/2) \approx 0.431$$

$$A_0 \approx 0.862$$

$m=1$ bo'lgan hol:

$$A_1 = \frac{2}{3} J_1\left(\frac{3\pi}{2}\right)$$

$$J_1(4.71) \approx -0.259$$

$$A_1 \approx -0.173$$

$m=2$ bo'lgan hol:

$$A_2 = \frac{2}{5} J_1\left(\frac{5\pi}{2}\right)$$

$$J_2(7.85) \approx 0.189$$

$$A_2 \approx 0.076$$

Ushbu hususiy $m=0$, $m=1$, $m=2$ halatlar uchun umumiy analitik yechim:

$$h(x,t) \approx 0.862 \cos\left(\frac{\pi x}{2L}\right) e^{-\left(\frac{\pi}{2L}\right)^2 t} - 0.173 \cos\left(\frac{3\pi x}{2L}\right) e^{-\left(\frac{3\pi}{2L}\right)^2 t} + \\ + 0.076 \cos\left(\frac{5\pi x}{2L}\right) e^{-\left(\frac{5\pi}{2L}\right)^2 t}$$

Endi (2), (5), (6) tuz konsentratsiyalari o'zgarishini ifodalovchi masalani analitik hisoblaymiz. Bunda dastlab filtratsiya tezligini o'rtacha konstanta deb faraz qilamiz:

$$v(x,t) \approx \bar{v} = const$$

Biz \bar{v} ni suv sathi yechimidan quyidagicha olishimiz mumkin:

$$\bar{v} = \frac{1}{L} \int_0^L v(x, t_*) dx \quad (11)$$

Yoki vaqt bo'yicha ham o'rtacha:

$$\bar{v} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{1}{L} \int_0^L v(x,t) dx \right) dt \quad (12)$$

deb qabul qilishimiz mumkin bo'ladi.

$$u(x,t) = \phi(x)e^{-\lambda t}$$

Deb belgilash kiritib olsak u holda:

$$D\phi'' + \left(\lambda - \frac{\bar{v}^2}{4D} \right) \phi = 0$$

$$\phi'' + \mu^2 \phi = 0, \quad \mu^2 = \frac{\lambda}{D} - \frac{\bar{v}^2}{4D^2}$$

Yechim

$$\phi(x) = A \cos(\mu x) + B \sin(\mu x)$$

$x=0$ chegarada:

$$\phi'(0) + \frac{\bar{v}}{2D} \phi(0) = 0 \Rightarrow B\mu + \frac{\bar{v}}{2D} A = 0 \Rightarrow B = -\frac{\bar{v}}{2D\mu} A$$

$x=L$ chegarada shartni qo'llasak,

$$\sin(\mu L) = 0 \Rightarrow \mu_n = \frac{n\pi}{L}, \quad n = 1, 2, \dots$$

U holda:

$$\lambda_n = D\mu_n^2 + \frac{\bar{v}^2}{4D} = D \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 + \frac{\bar{v}^2}{4D}$$

$$\phi_n(x) = \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) - \frac{\bar{v}L}{2Dn\pi} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Yechimning qatorli ko'rinishi hosil qilishda avvalo, o'rtacha konsentratsiya saqlanadi:

$$\bar{C} = \frac{1}{L} \int_0^L C_0(x) dx$$

Shunda umumiy yechim:

$$C(x,t) = \bar{C} + e^{-\frac{\bar{v}}{2D}t} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \phi_n(x) \exp\left[-\left(D \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 + \frac{\bar{v}^2}{4D}\right)t\right]$$

bu yerda $\phi_n(x)$ yuqoridagi qiymatlardan hosil qilinadigan funksiya.

α_n boshlang'ichshartlar asosida hosil qilishimiz mumkin:

$$C(x,0) - \bar{C} = e^{-\frac{\bar{v}}{2D} \cdot 0} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \phi_n(x)$$

U holda:

$$u(x,0) = e^{-\frac{\bar{v}}{2D} \cdot 0} (C_0(x) - \bar{C})$$

Koeffitsiyentlar Sturm-Liouville ortogonalligi asosida olinadi:

$$\alpha_n = \frac{\int_0^L u(x,0) \phi_n(x) dx}{\int_0^L \phi_n^2(x) dx}$$

$n=1$ bo'lda umumiy analitik yechim quyidagicha bo'ladi:

$$C(x,t) \approx \bar{C} + e^{\frac{\bar{v}}{2D}x} \alpha_1 \phi_1(x) \exp \left[- \left(D \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 + \frac{\bar{v}^2}{4D} \right) t \right]$$

Xulosa

Mazkur ishda g'ovak muhitda sizot suvlarining sathi dinamikasi hamda ular tarkibidagi tuz moddalarning tarqalish jarayonlarini tavsiflovchi matematik model taklif etildi. Sizot suvlarining filtratsiya harakati Dyupyui-Forxeymer gipotezasiga asoslangan holda ko'rib chiqildi va massaning saqlanish qonuni asosida suv sathi o'zgarishini ifodalovchi Boussinesq tipidagi nolinear differensial tenglama keltirib chiqarildi. Shu bilan birga, g'ovak muhitda tuzlarning yo'nalish-vaqt bo'yicha ko'chishi konveksiya va diffuziya jarayonlarini hisobga oluvchi tenglama orqali tavsiflandi. O'rganilayotgan jarayonlarni to'liq ifodalash maqsadida sizot suv sathi va tuz konsentratsiyasining o'zgarishlarini o'zaro bog'langan holda tasvirlovchi matematik model shakllantirildi. Ushbu model uchun tegishli boshlang'ich va chegaraviy shartlar aniqlanib, ularning fizik mazmuni asoslab berildi. Taklif etilgan yondashuv g'ovak muhitda yer osti suvlarining sathi hamda erigan moddalarning tarqalish qonuniyatlarini vaqt va fazo bo'yicha tadqiq etish imkonini beradi. Olingan model sug'oriladigan hududlarda sizot suvlarining ko'tarilishi natijasida yuzaga keladigan tuproq sho'rlanishi jarayonlarini oldindan baholash, meliorativ chora-tadbirlarni rejalashtirish hamda suv resurslaridan samarali foydalanish masalalarini ilmiy asosda tahlil qilishda muhim ahamiyat kasb etadi. Kelgusida ushbu modelni turli gidrogeologik sharoitlar uchun sonli hisoblashlar orqali tahlil qilish va kuzatuv ma'lumotlari bilan solishtirish orqali uning amaliy qo'llanilish imkoniyatlarini yanada kengaytirish mumkin.

Adabiyotlar/Литература/References:

1. Qian Y., Zhu Y., Zhang X., Wu J., Ye M., Mao W., Wu J., Huang J., Yang J. A local grid-refined numerical groundwater model based on the vertex-centred finite-volume method // *Advances in Water Resources*. – 2023. – DOI: 10.1016/j.advwatres.2023.104392.
2. Remson I. Introduction to groundwater modeling: finite difference and finite element methods // *Eos, Transactions American Geophysical Union*. – 1982. – Vol. 63. – P. 778. – DOI: 10.1029/E0063i037p00778-02.
3. Santoso H., Situmorang R. Groundwater modeling in open pit coal mining plans using the finite difference method // *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. – 2025. – Vol. 1517. – Art. 012025. – DOI: 10.1088/1755-1315/1517/1/012025.
4. Sbai M., Larabi A. A deforming mixed-hybrid finite element model for robust groundwater flow simulation in 3D unconfined aquifers with unstructured layered grids // *Water*. – 2023. – DOI: 10.3390/w15061177.
5. Shittu M., Usman M. Mathematical modeling of transient and steady-state groundwater flow in a confined aquifer // *Journal of Applied Sciences and Environmental Management*. – 2024. – DOI: 10.4314/jasem.v28i3.15.
6. Singh K., Pathania T. Development and real field application of meshless generalized finite difference method for unconfined groundwater flow modelling // *Mathematics and Computers in Simulation*. – 2025. – Vol. 240. – P. 332–346. – DOI: 10.1016/j.matcom.2025.07.027.
7. Strack O. Finite differences and finite elements // *Groundwater Mechanics*. – Cambridge: Cambridge University Press, 2017. – P. 403–422. – DOI: 10.1017/9781316563144.011.

8. Tanbay T., Durmayaz A. Numerical modelling of groundwater radionuclide transport with finite difference-based method of lines // *Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry*. – 2023. – Vol. 332. – P. 4833–4845. – DOI: 10.1007/s10967-023-09020-1.
9. Daliev S., Urakov S., Sirojiddinov F., Abbasova M., Nurboboiev S. Three-Dimensional Mathematical Model of the Process of Groundwater Level Change // *IAENG International Journal of Applied Mathematics*. – 2025. – Vol. 55, No. 11.
10. Daliev S., Urakov S., Elmurodov U., Xaitov O., Abbasova M. A Three-Dimensional Mathematical Model for Groundwater Level Variations in a Two-Layered Medium // *Engineering, Technology & Applied Science Research*. – 2025. – Vol. 15, No. 5. – P. 28368–28376.
11. Daliev S., Xudoyberdiyev S., Abdullayeva Z., Shikhnazarova G. Three-dimensional mathematical model of groundwater level and salt concentration changes in a single-layer media // *AIP Conference Proceedings*. – 2024. – Vol. 3045, No. 1. – Article 050014.
12. Daliev S., Kurbonov N., Ibragimova K., Dzhurayeva S. Numerical modeling of groundwater level changes in multilayer media // *AIP Conference Proceedings*. – 2024. – Vol. 3045, No. 1. – Article 040025.
13. Daliev S., Sirojiddinov F., Khaitov O. Developing mathematical models to study changes in groundwater levels and salt concentration // *E3S Web of Conferences*. – 2024. – Vol. 589. – Article 03011.

TECHSCIENCE.UZ

TEXNIKA FANLARINING DOLZARB MASALALARI

№ 4 (4)-2026

TOPICAL ISSUES OF TECHNICAL SCIENCES

**TECHSCIENCE.UZ- TEXNIKA
FANLARINING DOLZARB MASALALARI**
elektron jurnali 15.09.2023-yilda 130346-
sonli guvohnoma bilan davlat ro'yxatidan
o'tkazilgan.

Muassislar: "SCIENCEPROBLEMS TEAM"
mas'uliyati cheklangan jamiyati;
Jizzax politexnika insituti.

TAHRIRIYAT MANZILI:

Toshkent shahri, Yakkasaroy tumani, Kichik
Beshyog'och ko'chasi, 70/10-uy.

Elektron manzil:

scienceproblems.uz@gmail.com